

Exercice 1

On considère l'équation différentielle (E) :

$$y' - 2y = \cos(t).$$

a. Vérifier que la fonction $t \mapsto -\frac{2}{5}\cos(t) + \frac{1}{5}\sin(t)$ est une solution particulière de (E) sur \mathbb{R} .

b. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation homogène associée (E_0) :

$$y' - 2y = 0.$$

c. En déduire l'ensemble des solutions de (E) sur \mathbb{R} .

Exercice 2

On considère l'équation différentielle :

$$y' = y - y^2 \quad (E_1)$$

1. Soit f une solution de l'équation différentielle (E_1) qui ne s'annule pas sur \mathbb{R} .

On pose $g = \frac{1}{f}$.

Montrer que g est solution de l'équation différentielle :

$$y' = 1 - y \quad (E_2)$$

2. Résoudre l'équation différentielle (E_2) sur \mathbb{R} .

3. En déduire l'ensemble des solutions de (E_1) qui ne s'annulent pas sur \mathbb{R} .

Exercice 3

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des six questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Une réponse fautive, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction g définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = \ln(x^2 + x + 1).$$

Pour tout nombre réel x strictement positif :

a. $g'(x) = \frac{1}{2x+1}$

b. $g'(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1}$

c. $g'(x) = \ln(2x+1)$

d. $g'(x) = \frac{2x+1}{x^2 + x + 1}$

2. La fonction $x \mapsto \ln(x)$ admet pour primitive sur $]0; +\infty[$ la fonction :

a. $x \mapsto \ln(x)$

b. $x \mapsto \frac{1}{x}$

c. $x \mapsto x \ln(x) - x$

d. $x \mapsto \frac{\ln(x)}{x}$

3. On considère la suite (a_n) définie pour tout n dans \mathbb{N} par :

$$a_n = \frac{1 - 3^n}{1 + 2^n}.$$

La limite de la suite (a_n) est égale à :

a. $-\infty$

b. -1

c. 1

d. $+\infty$

4. On considère une fonction f définie et dérivable sur $[-2; 2]$. Le tableau de variations de la fonction f' dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[-2; 2]$ est donné par :

x	-2	-1	0	2	
variations de f'	1	↘	0	↗	-1

La fonction f est :

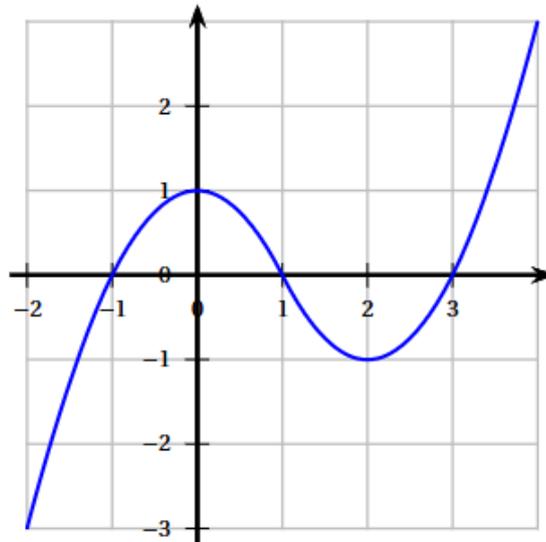
a. convexe sur $[-2; -1]$

b. concave sur $[0; 1]$

c. convexe sur $[-1; 2]$

d. concave sur $[-2; 0]$

5. On donne ci-dessus la courbe représentative de la dérivée f' d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-2; 4]$.



Par lecture graphique de la courbe de f' , déterminer l'affirmation correcte pour f :

- a. f est décroissante sur $[0; 2]$ b. f est décroissante sur $[-1; 0]$
 c. f admet un maximum en 1 sur $[0; 2]$ d. f admet un maximum en 3 sur $[2; 4]$
6. Une action est cotée à 57 €. Sa valeur augmente de 3% tous les mois.
 La fonction python `seuil()` qui renvoie le nombre de mois à attendre pour que sa valeur dépasse 200 € est :

a.

```
def seuil() :
    m=0
    v=57
    while v < 200 :
        m=m+1
        v = v*1.03
    return m
```

b.

```
def seuil() :
    m=0
    v=57
    while v > 200 :
        m=m+1
        v = v*1.03
    return m
```

c.

```
def seuil() :
    v=57
    for i in range (200) :
        v = v*1.03
    return v
```

d.

```
def seuil() :
    m=0
    v=57
    if v < 200 :
        m=m+1
    else :
        v = v*1.03
    return m
```